

### 1.3. Последовательность динамического расчета системы с несколькими степенями свободы.

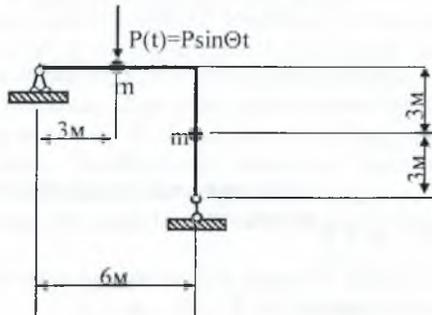


Рисунок 1.3.

Произвести динамический расчет рамы рис.1.3 на действие заданной нагрузки.  $P(t) = P \sin \Theta t$ ,  $P=4\text{кН}$ ,  $EI = \text{const}$ ,  $\Theta = 0.8\omega_{\text{min}}$ .

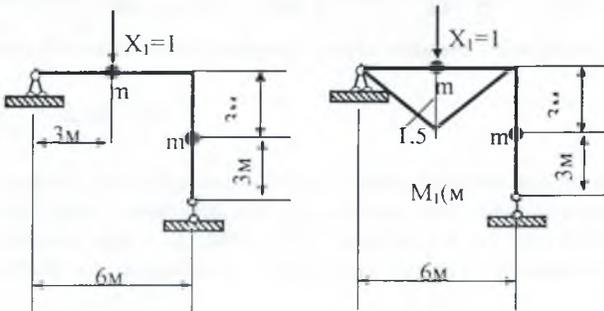
1. Определяем степень свободы системы. Число возможных перемещений масс равно двум, т.е.  $n=2$ . Выбирается расчетная схема динамического расчета рамы.

2. Строим эпюры изгибающих моментов от сил  $X_1=1$ ,  $X_2=1$ , приложенных в сечениях с точечными массами по направлению возможных перемещений этих масс и от амплитудных значений заданной нагрузки (рис.1.3, 1,4).

3. Определяем коэффициенты векового уравнения (1.6) перемножением единичных эпюр:

$$\delta_{11} = \int M_1^2 / EI, \quad \delta_{12} = \int M_1 M_2 / EI, \quad \delta_{22} = \int M_2^2 / EI. \quad (1.5)$$

$$\begin{vmatrix} (m_1 \delta_{11} - \lambda) & m_2 \delta_{12} \\ m_1 \delta_{21} & (m_2 \delta_{22} - \lambda) \end{vmatrix} = 0. \quad (1.6)$$



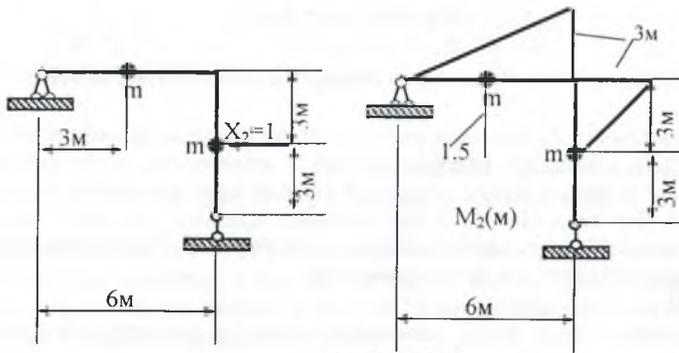


Рисунок 1.3

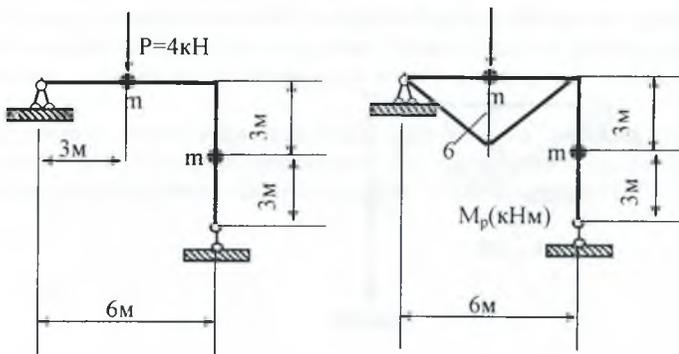


Рисунок 1.4

Определяем единичные коэффициенты векового уравнения перемножая эпюры  $M_1$  и  $M_2$  по формуле (1.5).

$$\delta_{11} = \int M_1^2 / EI = 4,5 / EI; \quad \delta_{12} = \int M_1 M_2 / EI = - 13,5 / 2EI;$$

$$\delta_{22} = \int M_2^2 / EI = 27 / EI.$$

Подставляем эти коэффициенты в вековое уравнение (1,6) и решаем определитель, получаем квадратное уравнение вида:

$$\lambda^2 - 31,5\lambda m / EI + 75,9375(m / EI)^2 = 0;$$

Корни этого уравнения:  $\lambda_1 = 28,87m / EI$ ;  $\lambda_2 = 2,63m / EI$ . Определяем частоты свободных колебаний рамы с двумя степенями свободы.

$$\lambda_1 = 1 / \omega^2, \text{ откуда } \omega_1 = 0,186 \sqrt{EI / m}; \quad \lambda_2 = 1 / \omega^2, \text{ откуда } \omega_2 = 0,616 \sqrt{EI / m}.$$

Минимальная частота свободных колебаний  $\omega_1$ .

4. Составляем и решаем канонические уравнения инерционных сил:

$$\begin{aligned} \delta_{11}^* X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1p} &= 0, \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22}^* X_2 + \Delta_{2p} &= 0. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Здесь  $\delta_{11}^* = \delta_{11} - 1/m_1 \Theta^2$ .  $\Theta = 0.8\omega_{mm} = 0.8 \cdot 0.186 \sqrt{EI/m} = 0.1488 \sqrt{EI/m}$ .  
 $m_1 = m$ .

$$\delta_{11}^* = -40.95/EI;$$

$$\delta_{22}^* = \delta_{22} - 1/m_2 \Theta^2. \quad \delta_{22}^* = -18.45/EI. \quad m_2 = m.$$

$$\Delta_{1p} = \int M_1 M_p / EI = 18/EI, \quad \Delta_{2p} = \int M_2 M_p / EI = -54/2EI.$$

Подставляем найденные коэффициенты в уравнения (1.7), получаем после решения следующие значения инерционных сил:

$$X_1 = 0.19 \text{ кН}, \quad X_2 = -1.532 \text{ кН}.$$

Строим динамическую эпюру моментов, суммируя ординаты имеющих эпюру моментов по формуле:

$$M_{\text{дин}} = M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2 + M_p \quad (1.8)$$

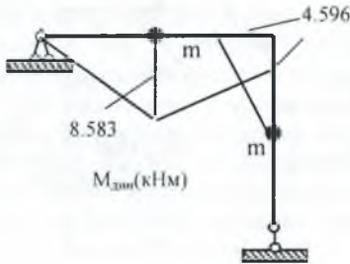


Рисунок 1.5